

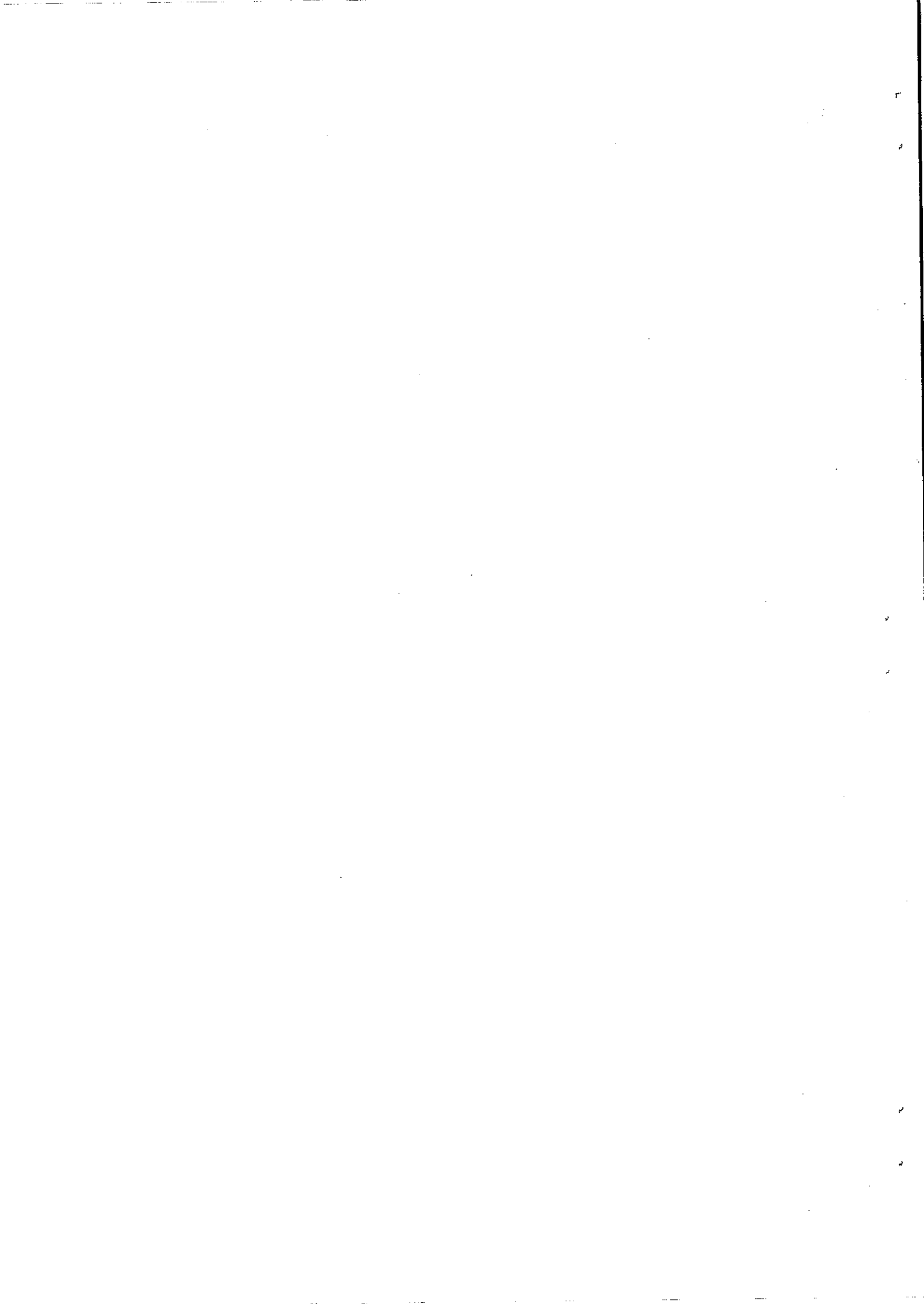
# HAGFRÆÐISTOFNUN HÁSKÓLA ÍSLANDS

Hagfræðistofnun Háskóla Íslands  
Odda v/Sturlugötu  
Sími: 525-4500/525-4553  
Fax nr. 552-6806  
Heimasíða: [www.hag.hi.is](http://www.hag.hi.is)  
Tölvufang: [ioes@hag.hi.is](mailto:ioes@hag.hi.is)

Skýrsla nr. R98:02

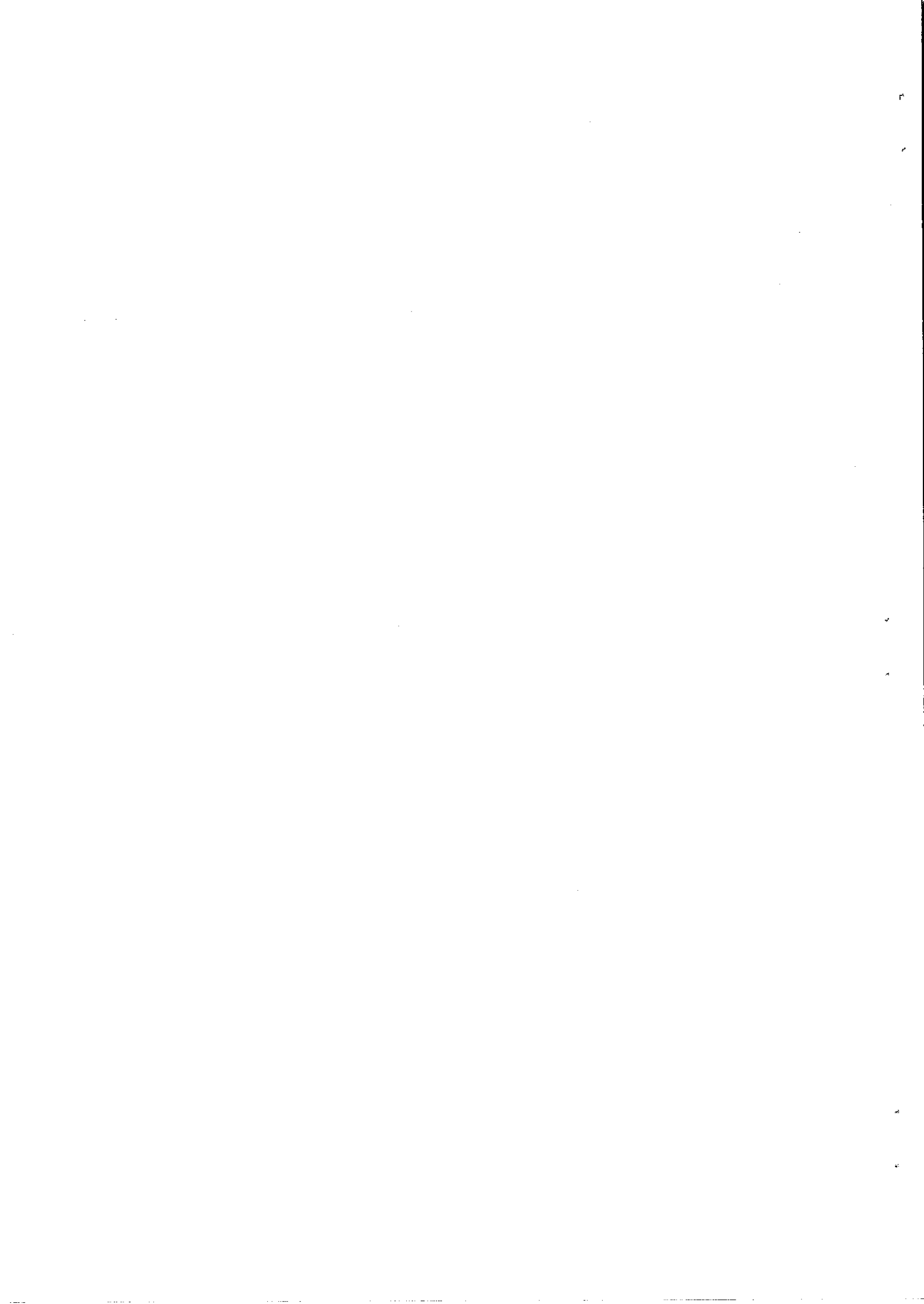
## **Um ávöxtun og núvirðingu**

Febrúar 1998



# Efnisyfirlit

0.1	English Summary. . . . .	2
0.2	Niðurstöður samandregnar . . . . .	3
0.3	Einfalt hagvaxtarlíkan . . . . .	4
0.3.1	<i>Heimili.</i> . . . . .	4
0.3.2	<i>Fyrirtæki.</i> . . . . .	7
0.3.3	<i>Jafnvægislausn.</i> . . . . .	8
0.3.4	<i>Líkan samandregið.</i> . . . . .	9
0.3.5	<i>Ávöxtun og áhætta.</i> . . . . .	10
0.4	Útreikningur á meðalarðsemi. . . . .	12
0.4.1	<i>Líkan með jöfnum vexti.</i> . . . . .	12
0.4.2	<i>Bandaríkin 1950:1 - 1994:4</i> . . . . .	14
0.4.3	<i>Ísland 1973 - 95.</i> . . . . .	16
0.4.4	<i>Hagvöxtur og arðsemi.</i> . . . . .	17
0.5	Tilvísanir: . . . . .	19
0.6	Viðauki: Skilgreining hagtalna. . . . .	20



## 0.1 English Summary.

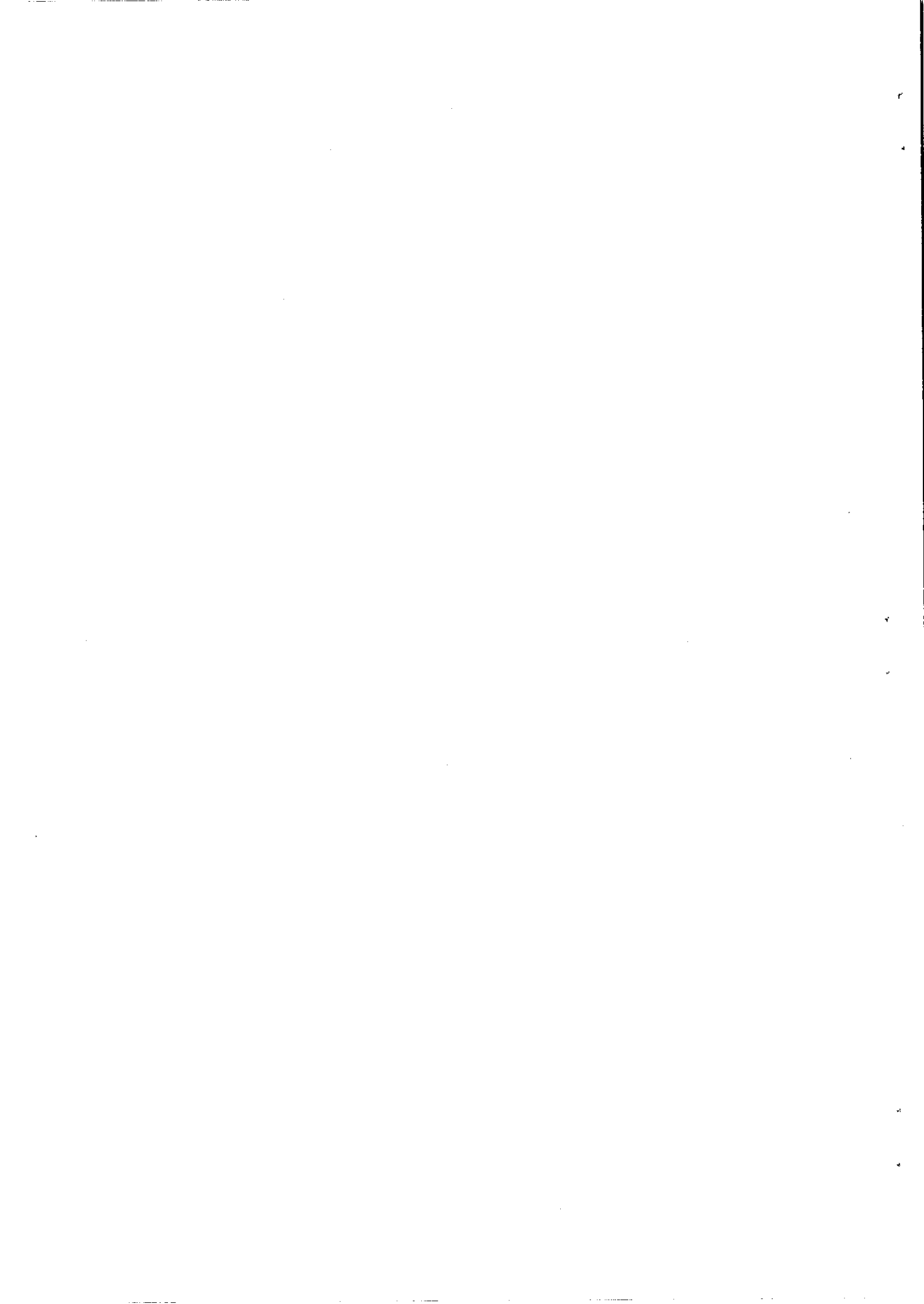
---

Most economic problems are intertemporal by nature, that is, agents' objective functions involve payoffs, e.g. profits or utility, accruing at different points in time. Dynamic optimization theory suggests that future values can be converted to present value equivalents by means of discounting. This raises the question of *how* future values should be discounted back to the present. Should one apply some market rate of interest, e.g. the rate on long term government bonds? Long term rates on bank loans, or some subjective discount rate?

In this report, an attempt is made to shed some light on the question from two main angles. First, a dynamic optimization model, involving three types of asset: domestic bonds, foreign bonds, and equity, is presented. It is argued that certain requirements of *internal consistency* must be observed in any discounting exercise. For example, factors such as economic growth, the volatility of asset returns, and the degree of risk aversion should be taken into consideration. Second, post-War data on asset returns from Iceland and the U.S. are used to calculate mean rates of return on capital held by the private sector.

In summary, the report concludes:

- The factors determining mean asset returns include: the volatility of the returns, the degree of risk aversion, and the correlation between the two. Increased volatility does not necessarily raise the mean return.
- A positive *long term* correlation between asset returns and economic growth is to be expected, other things equal.
- Calibrating the dynamic asset pricing model to Icelandic and U.S. post-War data sets suggests, that the annual mean rate of return on privately owned capital has been in the order of 6%.



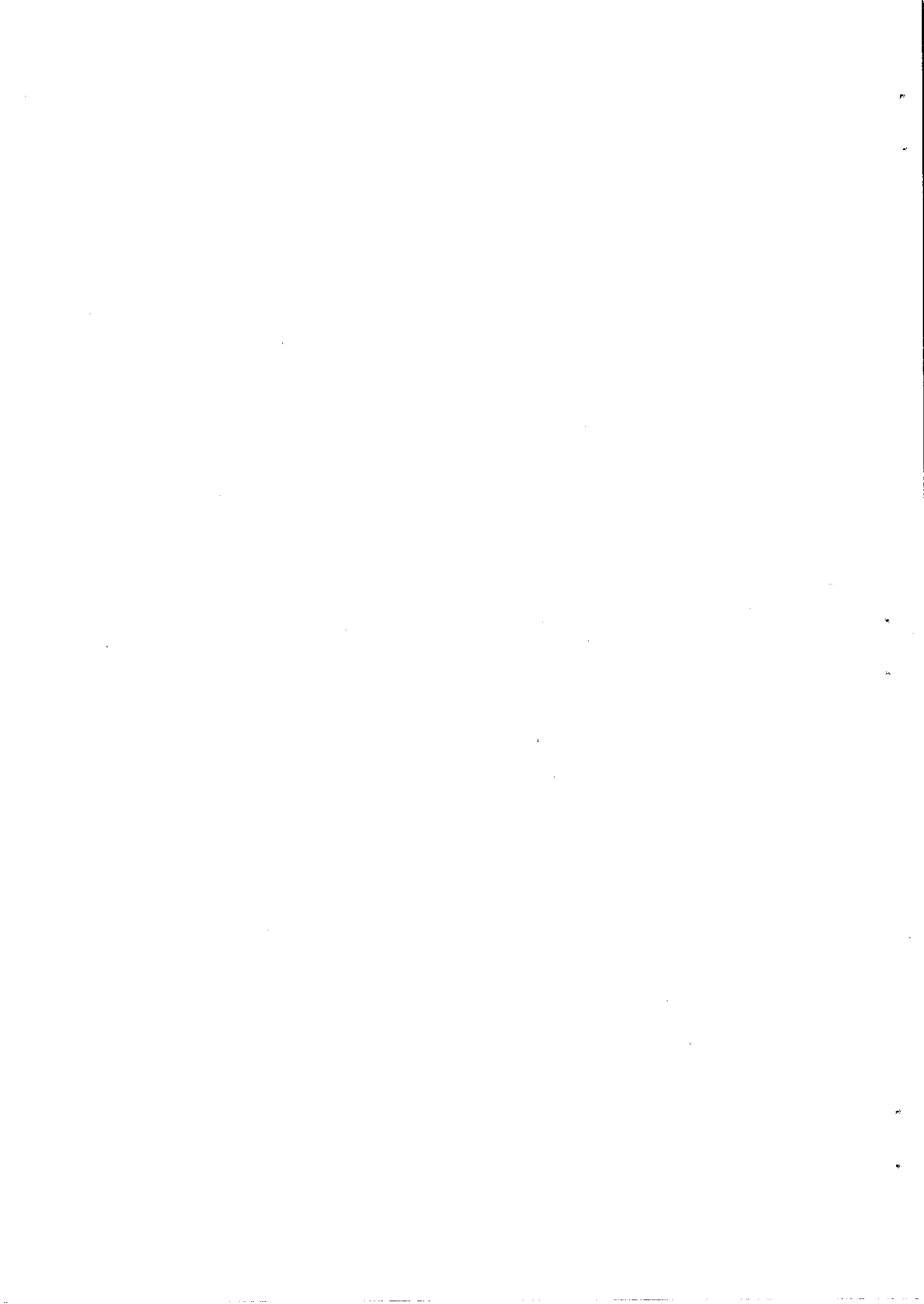
## 0.2 Niðurstöður samandregnar

Flest hagræn vandamál eru þess eðlis, að verðmæti falla til á mismunandi tímum. Reynt er að gera þau sambærileg með *núvirðingu*, þ.e.a.s með því að færa verðmæti, sem vænt er síðar meir, með einhverjum hætti til núvirðis. Þannig má bera þau saman við fórn þá eða ábata, sem við blasir á líðandi stund. Í hagfræði hefur núvirðing lengi tíðkapt í tímatengdri hámrörkun (e. dynamic optimization) af mörgu tagi. Af hagnýtum dæmum þar sem núvirðing kemur við sögu, má nefna: mat á fjárfestingarkostum, s.s því hvort reisa eigi álver eða leggja nýjan veg; kynslóðareikninga og útreikning á markaðsverði eigna. En *hvernig* á að núvirða framtíðarverðmæti? Á að nota ríkjandi markaðsvexti á einhverri tegund skuldabréfa, t.d. húsbrefum? Bankavexti? Eða það sem kalla má 'huglæga' ávöxtunarkröfu (e. subjective discount rate)? Í þessari samantekt er reynt að beina spurningunni í ákveðinn farveg og nálgast svör.

Hér er spurningin afinörkuð á tvo vegu. Annars vegar er sett fram líkan með tímatengdri hámrörkun, þar sem fram kemur að *innbyrðis samræmi* verður að vera á milli ávöxtunarkröfu og ýmissa annarra þátta, s.s. hagvaxtar og viðhorfa til áhættu. Hins vegar eru könnuð *söguleg gögn* um ávöxtun fjármagns á löngu tímabili. Dæmi eru tekin frá Íslandi og Bandaríkjunum.

Helztu niðurstöður mætti draga saman þannig:

- Ávöxtun eigna er m.a. háð viðhorfi manna til áhættu, sveiflum í áxöxtun, og fylguinni milli þessara þátta. Ekki er sjálfgefið að aukinni áhættu fylgi meiri arðsemi (0.2.5).
- Arðsemi og hagvöxtur haldast í hendur til lengdar: Aukinn hagvöxtur til frambúðar útheimtir aukna arðsemi fjármagns að öðru gefnu. Þessi tengsl eru þó misnán eftir viðhorfum til áhættu (0.3.4).
- Ef líkaninu er beitt á íslenskar og bandarískar hagtölur síðustu áratuga verður niðurstaðan, með eðlilegum fyrirvörum sú, að *meðalarðsemi heildarfjármuna í einkaeign* mælist mjög svipuð í löndunum tveimur, eða nálægt 6% á ári. Hafa ber í huga, að hér er um að ræða safu eigna, sem ber umtalsverða áhættu fyrir einstaklinga og fyrirtæki (0.3.2 og 0.3.3).
- Beinni mælingar á meðalarðsemi einkafjármuna á Íslandi árin 1973-95 benda til svipaðrar niðurstöðu, 6.3% á ári. Þetta ber einnig að túlka með gát (0.3.3).





## 0.3 Einfalt hagvaxtarlíkan

Hugsum okkur opið hagkerfi, sem byggt er tvenns konar aðilum, *heimilum* og *fyrirtækjum*. Heimilin hámarka eigin hagsæld af neyðlu nú og um alla framtíð. Þau geta sparað með því að kaupa innlend hluta- eða skuldabréf, útgefin af fyrirtækjunum. Ennfremur geta heimilin keypt (eða selt) skuldabréf í útlöndum. Heimilin fá þannig í sinn hlut arð og vexti af útgefnum bréfum. Fyrirtækin framleiða eina vöru úr tveim þáttum, vinnu og fjármunum. Framleiðslutækni er slembikennd (e. stochastic). Einnig er gert ráð fyrir tækniframförum í anda Solows (1956). Annar kostur væri að gera ráð fyrir *innri hagvexti* (e. endogenous growth),<sup>1</sup> en þar sem ekki skiptir meginmáli *hvernig* hagvöxtur er til kominn í því sem á eftir fer, er leið Solows valin til einföldunar.

### 0.3.1 Heimili.

Hámörkunarvanda dæmigerðs heimilis má setja fram þannig:

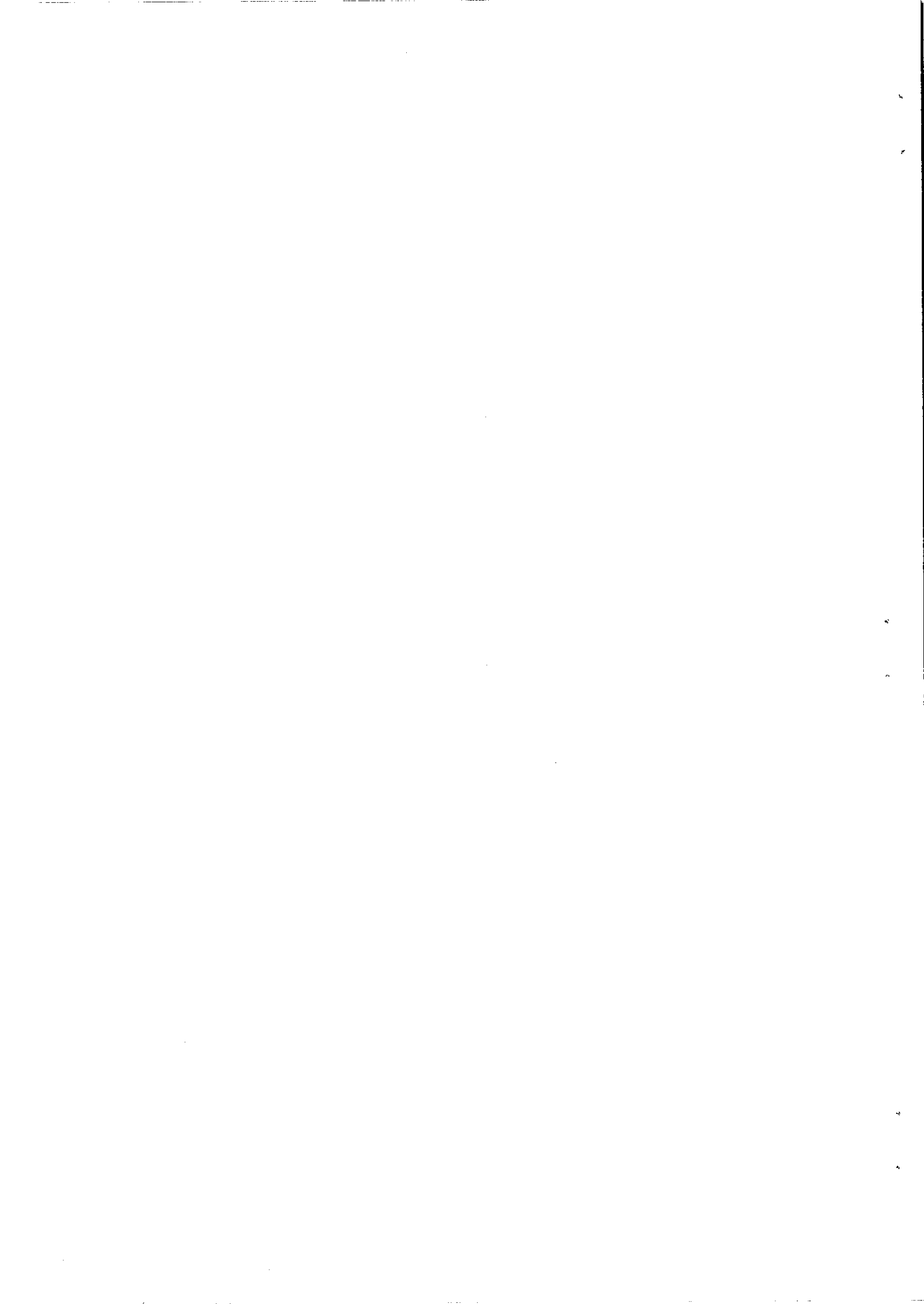
$$\max_{\{c_{1t}, c_{2t}, b_{t+1}, b_{t+1}^f, z_{t+1}\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_{1t}, c_{2t}), \quad \beta \in (0, 1) \quad (1)$$

með hliðsjón af:

$$\begin{aligned} c_{1t} + e_t c_{2t} + q_t z_{t+1} + b_{t+1} + e_t b_{t+1}^f \\ \leq (q_t + d_t) z_t + (1 + r_t) b_t + (1 + r_t^f) e_t b_t^f + w_t N_t \end{aligned} \quad (2)$$

$b_0$ ,  $b_0^f$  og  $z_0$  gefin.

<sup>1</sup>Kunnustu líkön líkön af innri hagvexti gera ýmist ráð fyrir að varaulegur hagvöxtur hljóti af vaxandi mannauði (sjá t.d. Lucas (1988), eða nýjum vörutegundum, sem eru ávöxtur rannsókn- og þróunarstarfs, sjá t.d. Romer (1990)).



Gert er ráð fyrir að nytjafall heimilanna sé stranglega hvelft, þ.e.:  $u_1, u_2 > 0$ ;  $u_{11}, u_{22} < 0$ ;  $u_{11}u_{22} - u_{12}^2 > 0$ .

Hér tákna:  $E_0$  vongildi, skilyrt af þeim upplýsingum, sem tiltækar eru á tímabili 0;  $\beta$  núvirðisþátt (e. discount factor) <sup>2</sup>;  $c_{1t}$  neyzlu á innlendri vöru;  $c_{2t}$  neyzlu á innfluttri vöru;  $e_t$  raungengi erlendra myntar;  $b_{t+1}$  innlend skuldabréf í lok tímabils; gert er ráð fyrir eins tímabils gildistíma (vixlar);  $b_{t+1}^f$  erlend skammtímabréf (vixlar);  $z_{t+1}$  fjölda hlutabréfa;  $q_t$  hlutabréfaverð;  $w_t$  raunlaun á vinnustund;  $N_t$  fjölda vinnustunda, en miðað er við að framboð heimila á vinnu sé fast;  $d_t$  arðgreiðslur á hvert hlutabréf;  $r_t$  vexti af innlendum skuldabréfum; og  $r_t^f$  vexti af útlendum bréfum. Þar eð peningar eru engir í þessu líkani, verðanafnvextir jafnir raunvöxtum. <sup>3</sup>

Með því að ætla skuldabréfum að gilda í eitt tímabil má skipta eignum heimila í tvo ólíka flokka með einföldum hætti: (i) eign, sem engin áhætta fylgir, þar sem eru hin innlendu skuldabréf; (ii) eignir, þar sem ávöxtun er óvissu undirorpin, þ.e.a.s hlutabréf og erlend skuldabréf, en þeim síðarnefndu fylgir gengisáhætta. <sup>4</sup> Til einföldunar er gert ráð fyrir því, að enginn kostnaður fylgi viðskiptum með skulda- eða hlutabréf.

Til að leysa hámröskunarvandamál, þar sem óvissa kemur við sögu, er iðulega óhjákvæmilegt að umrita það á *afturhverft* (e. recursive) form. Með því móti er vandi af því tagi, sem skilgreindur er í (1), hlutaður niður í vandamál, sem taka til tveggja tímabila í senn. Eftir slíka umritun verður hámröskunarvandi heimilanna þannig:

$$v(b, b^f, z, \mathbf{S}) = \max_{(c_1, c_2, b', b^f, z')} \{u(c_1, c_2) + \beta E\{v(b', b^f, z', \mathbf{S}')\}\} \quad (3)$$

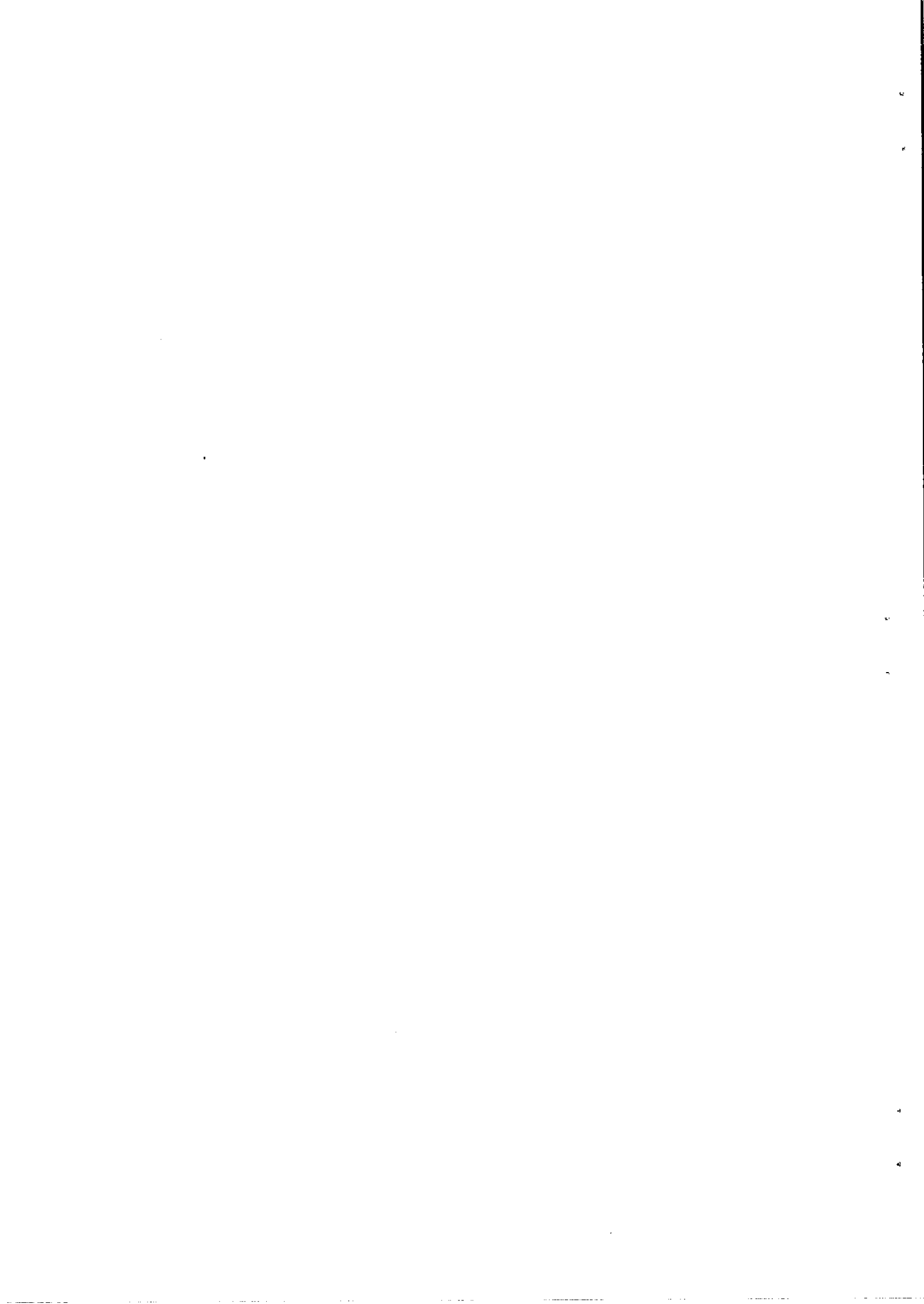
með hliðsjón af:

$$c_1 + ec_2 + qz' + b' + eb^{f'} \leq wN + (1+r)b + (1+r^f)eb^f + (q+d)z \quad (4)$$

<sup>2</sup>Hér, sem og víðast hvar í þessum fræðum er gert ráð fyrir að  $\beta$  sé fasti. Um nýlegar tilraunir með breytilegan núvirðisþátt í tilgangsföllum neytenda má benda á grein eftir Becker og Mulligan (1997).

<sup>3</sup>Um eignaverð í almennum jafnvægislíkönum vísast m.a. til Altug og Labadie (1994).

<sup>4</sup>Ef peningar væru í líkaninu horfði málið öðruvísi við að því leyti, að innlendu bréfunum fylgdi verðbólgnáhætta, þar sem nær eingöngu er samið um nafnvexti af bréfum til svo skamms tíma.



$b$ ,  $b^f$  og  $z$  gefin,

þar sem (3) er Bellman-jafnan og  $S = (B, B^f, Z, K, \theta)$  vektor, sem lýsir ástandi hagkerfisins í heild á hverjum tíma. Stærðin  $K$  táknar fjármuni bundna í framleiðslu og  $\theta$  er slembiliður í framleiðslufalli, sem nánar verður lýst síðar.

Hámörkun (3) að teknu tilliti til (4) gefur eftirtaldar lausnir:

$$q = E\{M_1(d' + q')\} \quad (5)$$

$$1 = (1 + r')E\{M_1\}, \quad (6)$$

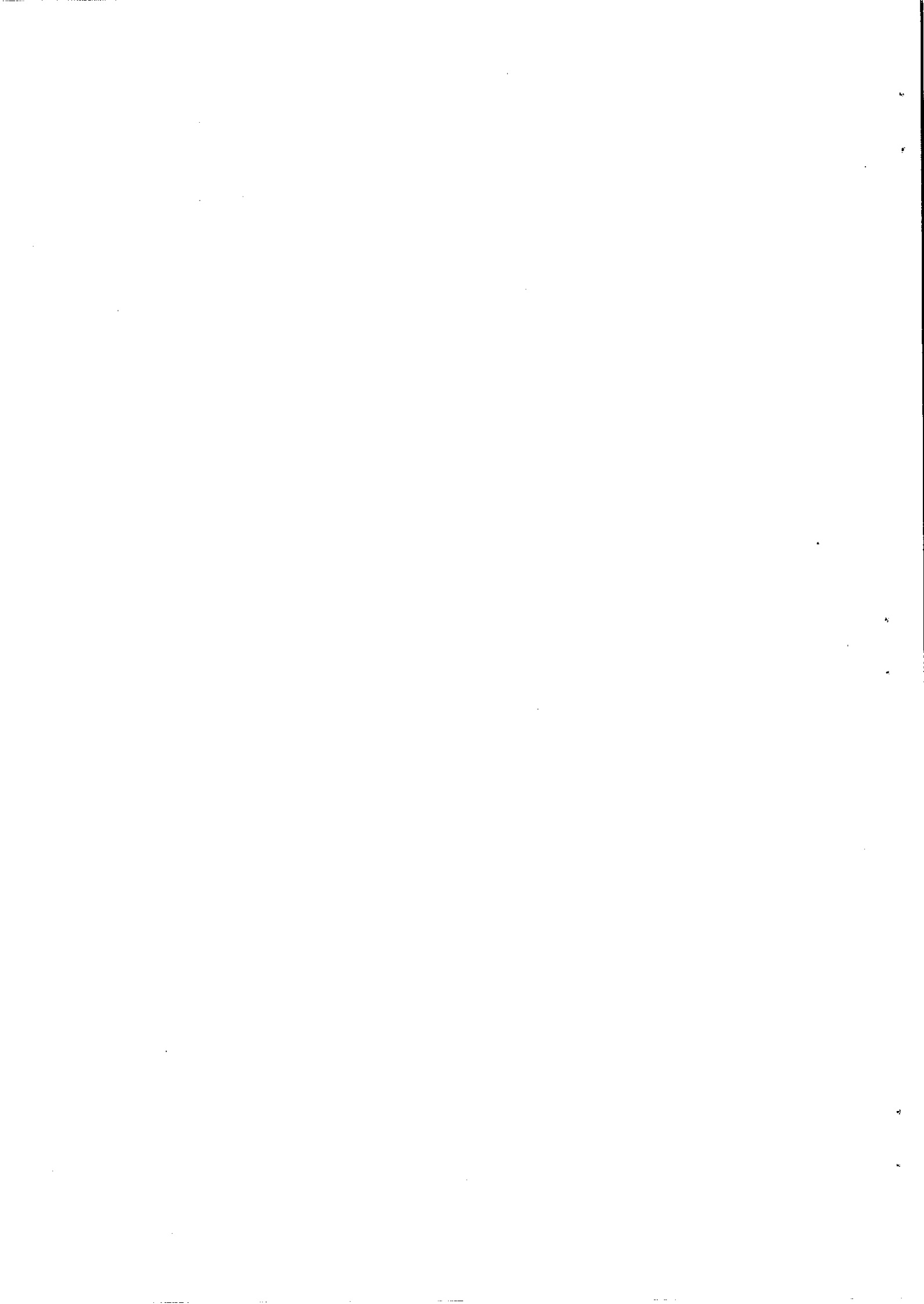
$$1 = (1 + r^f)E\{M_1 e'/e\} \quad (7)$$

$$e = u_2/u_1 \quad (8)$$

þar sem  $M_1 \equiv \beta(u'_1)/u_1$ , þ.e.a.s., staðkvæmdin (e. marginal rate of substitution) milli neyzlu  $c_1$  nú og á næsta tímabili.

Jöfnur (5) - (7) sýna jaðarskilyrði neyzlu og sparnaðar. Í (5) má líta svo á, að ef heimilin fórna neyzlu á innlendri vöru nú og verja sparnaðinum til hlutabréfakaupa, þá mælir vinstri hlið jöfnunnar fórnina, en sú hægri ávinningin á næsta tímabili, en ávöxtunin af hlutabréfakaupunum gerir kleifa aukna neyzlu þá. Jöfnur (6) og (7) sýna hliðstætt jafnvægi fórnar og ábata, þar sem sparað er í formi innlendra og utlendra skuldabréfa. Takið eftir vongildinu fyrir framan stærðirnar  $(d' + q')$  og  $e'/e$  í jöfnum (6) og (7). Það stafar af óvissunni, sem þessar stærðir eru undirorpnar.

Jafna (8) sýnir jaðarstaðkvæmdina milli innlendu vörunnar og þeirrar innfluttu. Í kjörstöðu er hún jöfnu hlutfallslegu verði varanna, þ.e. raungengi útlendu



myntarinnar. Ef það hækkar,<sup>5</sup> bætir innlenda varan samkeppnisstöðu sína og neyzla á henni eykst á kostnað hinnar innfluttu, miðað við forsendur þær, sem gefnar eru um nytjafallið að framan. Má því túlka (8) sem innflutningsfall, þar sem neikvætt samband er milli  $c_2$  og  $e$ .

### 0.3.2 Fyrirtæki.

Hið dæmigerða fyrirtæki reynir að hámarka núvirði eigin hagnaðar:

$$\max_{\{K_{t+1}, N_t\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \{M_t [A_t F(K_t, N_t) - w_t N_t - I_t]\}, \quad (9)$$

með hliðsjón af:

$$I_t = K_{t+1} - (1 - \delta)K_t, \quad (10)$$

þar sem  $M_t \equiv \beta^t (u_{1t}/u_{10})$  er sá þáttur, sem fyrirtækin nota til að núvirða framtíðarhagnað;  $(u_{1t}/u_{10})$  mælir staðkvæmdina milli neyzlu á tímabili 0 og  $t$ , en hún kemur við sögu í núvirðingu, þar eð heimilin eiga fyrirtækin;  $\delta$  er afskriftarhlutfall;  $N$  eru vinnustundir á mann í hagkerfinu;  $A_t$  er þáttur, samsettur úr tvennu:

$$A_t = \theta_t \lambda^t, \quad \lambda \geq 1,$$

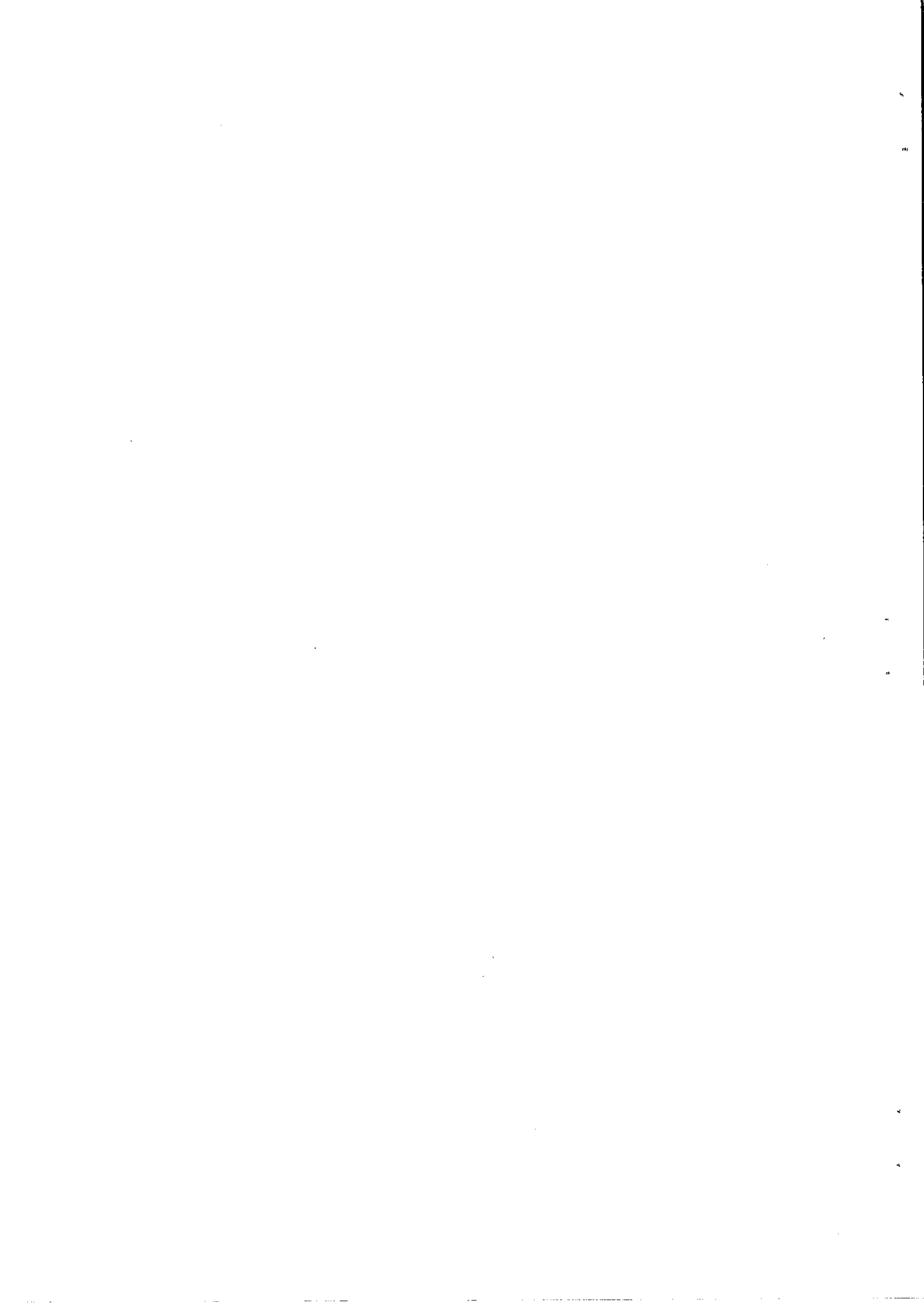
þar sem  $\theta_t$  er slembiþáttur og  $\lambda^t$  lýsir varanlegum tækniframförum.

Fyrirtækin kosta fjárfestingu sína með þrennum hætti: (i) útgáfu skuldabréfa, (ii) útgáfu hlutabréfa og (iii) framlagi rekstrar:<sup>6</sup>

$$I_t = B' + q(Z' - Z) + \Pi^R \quad (11)$$

<sup>5</sup>Jafngildir lækkun á raungengi heimamyntarinnar.

<sup>6</sup>Til einföldunar er ekki gert ráð fyrir að fyrirtækin leiti út fyrir landsteina í fjármögnun. Þar eð sú leið er heimilunum fær, þá breytir þessi einföldun engu um meginniðurstöður líkansins.





Virðisfall fyrirtækjanna er skilgreint þannig:

$$V(S) = \max_{(K', N)} \{\Pi + E[M_1 V(S')]\} \quad (12)$$

með hliðsjón af:

$$\Pi = AF(K, N) - wN - K' + (1 - \delta)K \quad (13)$$

Hámörkun (12) m.h.a. (13) gefur lausnirnar:

$$w = AF_2 \quad (14)$$

$$E\{M_1[A'F_1' + (1 - \delta)]\} = 1 \quad (15)$$

Jöfnur (14) og (15) skýra sig að mestu sjálfar: samkvæmt (14) er bætt við vinnustundum að því marki, sem jaðarafköst vinnu eru jöfn launum; samkvæmt (15) er fjárfest að því marki, sem jaðarafköst fjármagns eru jöfn núvirðisþætti (ávöxtunarkröfu) fyrirtækjanna.

### 0.3.3 Jafnvægislausn.

Almenn jafnvægislausn felur í sér lausn, þar sem:

(i) lausnir heimilanna samrýmast heildarstærðum, m.ö.o.:

$$k' = K', \quad n = N, \quad b' = B', \quad b^{f'} = B^{f'}, \quad z' = Z' = 1;$$

(ii) jafnvægi er á vörumarkaði:

$$AF(K, N) = c_1 + K' - (1 - \delta)K + X,$$



þar sem  $X$  táknar útflytning; <sup>7</sup>

(iii) jafnvægi er á greiðslujöfnuði við útlönd:

$$X - ec_2 + (1 + r^f)eB^f - eB^{f'} = 0.$$

Skilyrði (iii) byggist á kerfi fljóttandi gengis. Skilyrðið um sléttan greiðslujöfnuð ákvarðar þannig raungengið,  $e$ . Þetta er einungis til einföldunar gert, þar sem ekki skiptir máli hér hvernig gengisáhrættu er til komin. Athuga þer að ef gert væri ráð fyrir föstu nafngengi, yrðu eftir sem áður sveiflur í raungenginu, þó jafnan minni en við gengisflot.

#### 0.3.4 Líkan samandregið.

Líkanið í heild sinni má fá með því að draga saman jöfnur (5) - (8), (14) og (15), auk skilyrða (ii) og (iii) í jafnvægislausninni:

$$q = E\{M_1(d' + q')\}$$

$$1 = (1 + r')E\{M_1\}$$

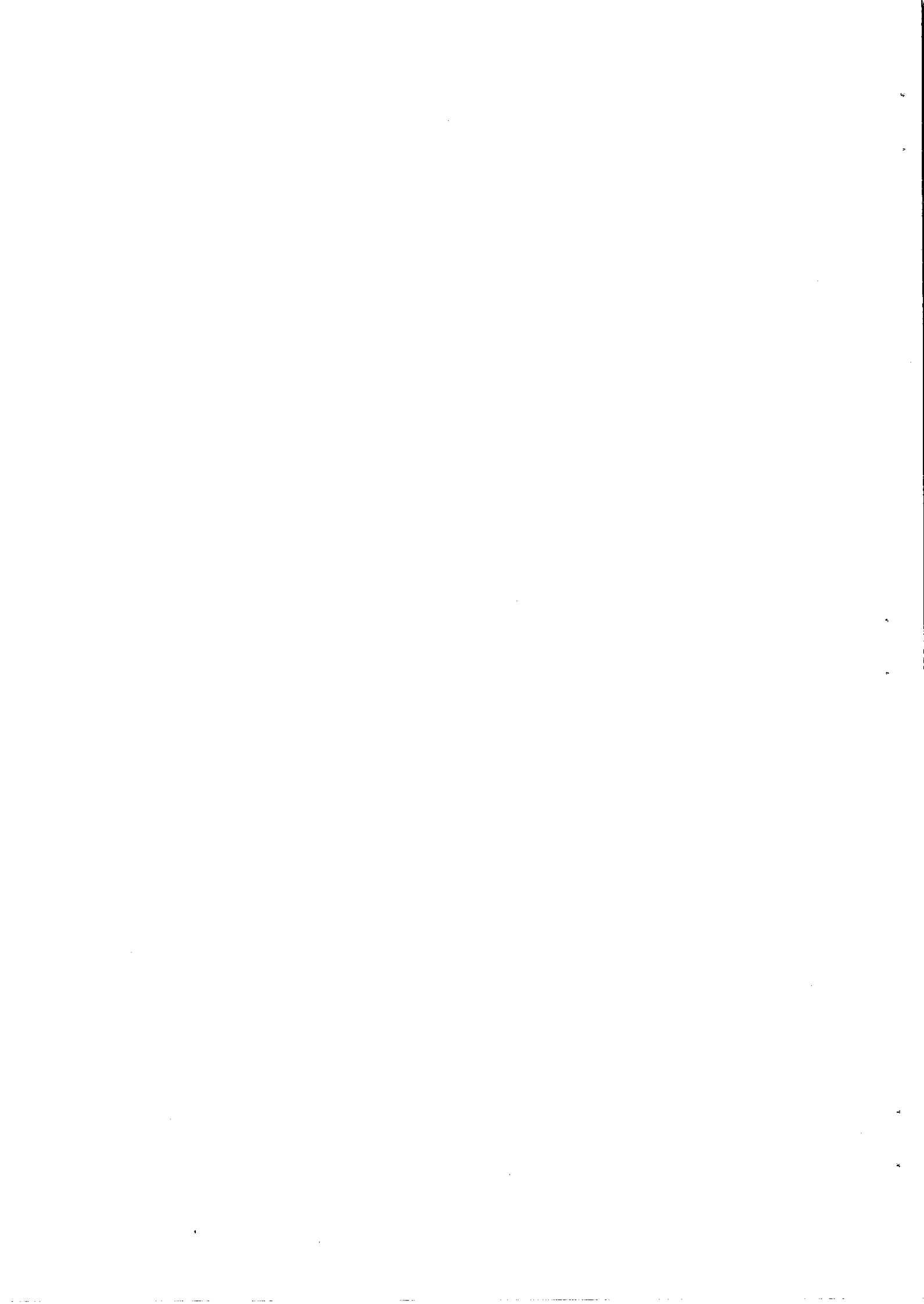
$$1 = (1 + r^{f'})E\{M_1e'/e\}$$

$$e = u_2/u_1$$

$$w = AF_2$$

---

<sup>7</sup>Athugið að ef gert er ráð fyrir að nytjaföll erlendra heimila eru sams konar og nytjaföll heimilanna í líkaninu, þá má skilgreina  $X$  með hliðstæðum hætti og spurnina eftir  $c_2$  í jöfnu (8). Af því leiðir, að útflytningur er m.a. háður raungengi,  $e$ , og er vaxandi í þeirri stærð.



$$E\{M_1[A'F'_1 + (1 - \delta)]\} = 1$$

$$AF(K, N) = c_1 + K' - (1 - \delta)K + X,$$

$$X - ec_2 + (1 + r^f)eB^f - eB^{f'} = 0.$$

Úr þessu líkani má fá kjörlausnir fyrir:  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $r^f$ ,  $q$ ,  $K$ ,  $w$ ,  $X$  og  $e$ .

### 0.3.5 Ávöxtun og áhætta.

Ef gert er ráð fyrir að heildararður af hlutabréfum, þ.e.  $R'_E = (d' + q')/q$ , líti „lognormal“ dreifingu, þá má taka saman jöfnur (5) og (6) þannig:<sup>8</sup>

$$\begin{aligned} r_E^{e'} - r^f &= -\sigma_{m, r_E^{e'}}, \\ &= -\sigma_m \sigma_{r_E^{e'}} \rho_{m, r_E^{e'}}, \end{aligned} \tag{16}$$

þar sem  $r_E^{e'} = \ln E(R'_E)$ ,  $m = \ln M_1$ ,  $r_E^{e'} = \ln R_{E'}$ ,  $\sigma_{m, r_E^{e'}}$  er samvik (e. covariance) milli  $m$  og  $r_E^{e'}$  og  $\rho_{m, r_E^{e'}}$  fylgnin milli sömu stærða.

Vinstri hlið jöfnunnar mælir áhættuþóknun (e. risk premium) af hlutabréfum. Hún verður til úr þrennu:

- (i) staðalfrávik hlutabréfaarðs
- (ii) staðalfrávik staðkvæmdar í neyzlu
- (iii) fylgninni milli þessara þátta (jafnan neikvæð.)

---

<sup>8</sup>Sjá t.d. Lettau og Uhlig (1996)



Af þessu sést að lykilkættir áhættuþóknunar eru *arðsveiflur* annars vegar og *smekkur* (lögun nytjafalls) hins vegar. Miklar arðsveiflur útheimta þannig háa áhættuþóknun að öðru jöfnu. Sama gildir um mikla áhættufælni (e. risk aversion), þ.e.a.s. ef nytjaföll heimila eru mjög hvelfd (e. concave), en við það verður staðalfrávik staðkvæmdar í neyzlu mjög hátt.<sup>9</sup>

Taka má saman jöfnur (6) og (7) með hliðstæðum hætti:

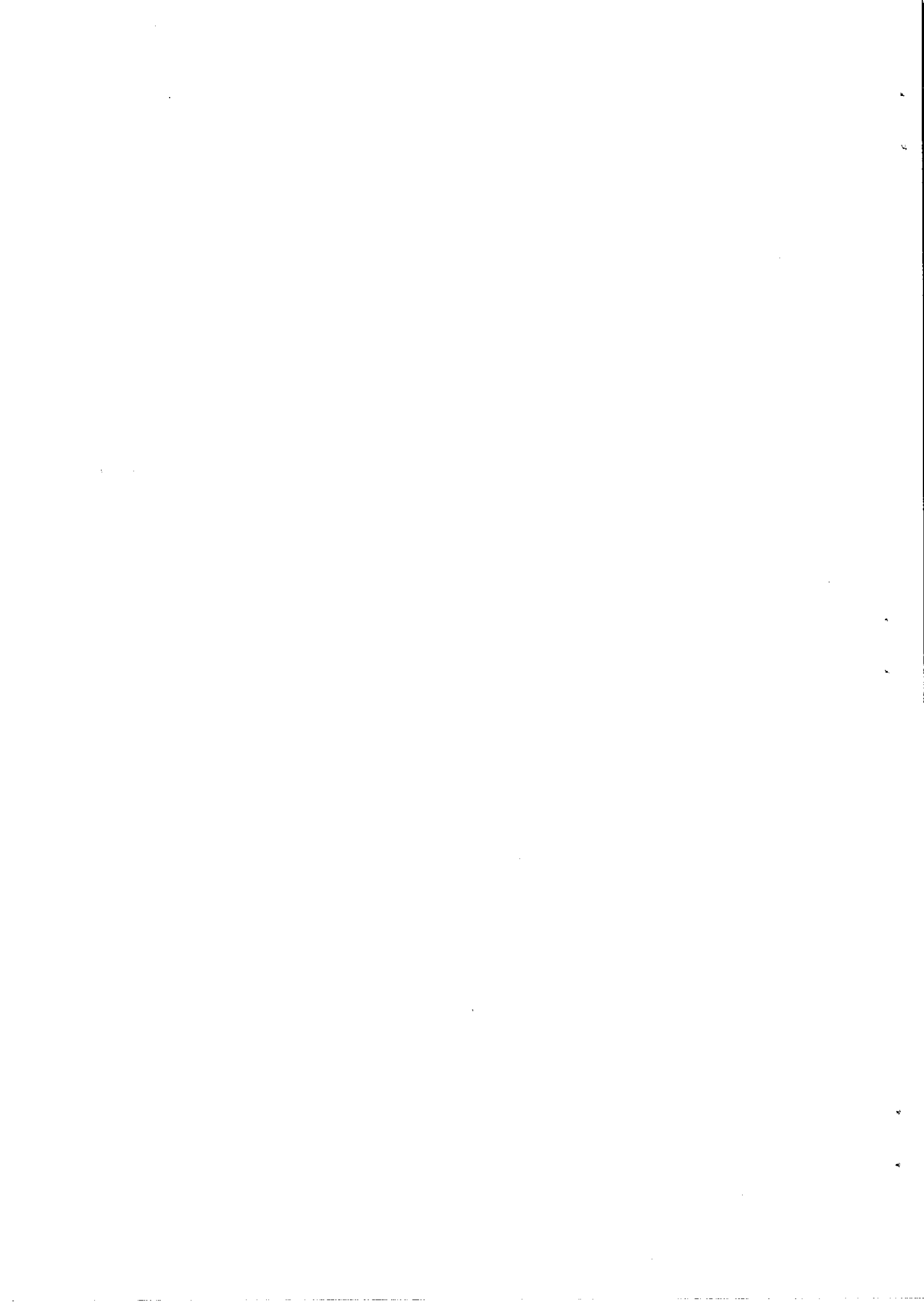
$$r' = r_f' + g^{e'} + \sigma_{m,g'}, \quad (17)$$

þar sem  $g^{e'} = \ln Ee'/e$ ,  $g' = \ln(e'/e)$ , og  $\sigma_{m,g'}$  samvikið milli  $m$  og  $g'$ .

Jafna (17) sýnir samband vaxta af innlendum skuldabréfum og útlendum. Hún gildir við frjálsa fjármagnsflutninga milli landa og kostnaðarlaus viðskipti (e. uncovered interest arbitrage). Hvað má af henni ráða um samband  $r'$  og  $r_f'$ , þ.e. raunvaxta af innlendum og útlendum skuldabréfum?

Ef raungengi erlends gjaldeyris er að jafnaði lægst í góðæri (e. countercyclical), verður  $\sigma_{(m,g')} > 0$  ef nytjaföll heimilanna eru hvelfd. Þetta stafar af því að neyzla er þá jafnan í hámarki og jaðarnytjar þessvegna í lágmarki. Við slíkar aðstæður verða raunvextir að meðaltali hærri innanlands en utan. Dæmið snýst hins vegar við ef raungengi útlendu myntarinnar er hæst í góðæri (e. procyclical). Þá verður þóknun vegna gengisáhættu neikvæð. Af íslenskum hagtölum síðustu áratuga má ráða, að fyrra tilvikið er mun þyngra á metunum, enda hafa hagsveiflur að mestu átt rætur í skrykkjóttum útflutningi. Líkt og í jöfnu (16) yrði tölulegt mat á áhættuþóknun mjög lágt miðað við viðteknar forsendur um lögun nytjafalla og söguleg gögn um þróun raungengis víða um lönd.

<sup>9</sup>Um nýlegar tilraunir til að fella áhættuþóknun inn í almenn jafnvægislíkön má sjá t.d. í Rouwenhorst (1995), Heaton (1995) og í Lettau og Uhlig (1996). Hér rekast menn á þá staðreynd, að illa gengur að ná fram hvorutveggja í senn: að fá heildarneyzlu til að sveiflast á móta og í hagtolun; og að framkalla áhættuþóknun nærri því sem hagtolur mæla. Hér er sem sé á ferð það, sem kalla mætti *áhættubótarvandann* (e. equity premium puzzle). Í framantöldum greinum eru reyndar ýmsar leiðir til að ráða fram úr vandanum, en án teljandi árangurs. Þetta vandamál er því að miklu leyti óleyst í fræðunum.





## 0.4 Útreikningur á meðalarðsemi.

### 0.4.1 Líkan með jöfnum vexti.

Nota má líkanið að framan til að meta meðalarðsemi fjármuna yfir eitthvert tímaskið í hagsögu lands eða þjóðar. Slíkir reikningar byggjast á ákveðnum forsendum um form nytja- og framleiðslufalla. Tökum tæmi um algeng fallform:

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma},$$

$$c_t = c_{1t}^\eta c_{2t}^{1-\eta}$$

$$A_t F(K_t, N_t) = \theta_t \lambda^t K_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$$

Stuðullinn  $\gamma$  í nytjafallinu mælir áhættufælni með ákveðnu móti, eða því sem á ensku er nefnt 'coefficient of relative risk aversion', (gjarnan skammstafað CRRA.) Framleiðslufallið er af Cobb-Douglas gerð, sem títt er notað í hvers kyns reikningum, þar sem framleiðsla kemur við sögu.<sup>10</sup>

Þessi fallform tryggja, að líkanið leitar með tíð og tíma að ástandi, þar sem jafn vöxtur er í neyzlu,  $c_1$  og  $c_2$ , framleiðslu,  $y$  og fjármunum,  $K$  (e. *balanced growth equilibrium*). Sýna má fram á að hinn sameiginlegi vöxtur lýtur líkingunni:

$$v = \lambda^{1/(1-\alpha)},$$

---

<sup>10</sup>Glöggur lesandi áttar sig á því hér, að Cobb-Douglas fallið gerir ráð fyrir stöðugri skiptingu framleiðslutekna milli vinnu og fjármagns. Hagtölur sýna hins vegar, að hún getur verið breytileg frá ári til árs. Á það sérstaklega við hér á landi [sjá t.d. Þjóðhagsreikninga nr.13, 1994, s.136-7.] Þetta kemur þó ekki svo mjög að sök hér, því athyglin beinist að hegðun hagstærða í lengd öðru fremur.



þar sem  $v > 1$  felur í sér almennan hagvöxt. Þetta samband mætti einnig rita þannig:

$$\hat{v} = \frac{\hat{\lambda}}{1 - \alpha},$$

þar sem  $\hat{v} = \ln v$  og  $\hat{\lambda} = \ln \lambda$ , þannig að hagvöxtur jafngildir  $\hat{v} > 0$ .

Jöfnur (10) og (15) eru lykiljöfnur í þeim útreikningum sem á eftir fara. Með framangreindum fallformum má umrita þær jöfnur þannig:

$$\delta = \iota/\nu - (v - 1) \quad (18)$$

$$\beta = \frac{v^\gamma}{\alpha/\nu + (1 - \delta)}, \quad (19)$$

þar sem  $\iota = I/Y$  og  $\nu = K/Y$ . Hér er miðað við *langtímalausn* líkansins, þar sem hlutdeild fjárfestingar í framleiðslu (e. investment to output ratio) og fjármagnsstuðull (e. capital-output ratio) eru fastar. Hugmyndin er sú, að taka nægilega langt gagnatímabil til athugunar, þannig að leggja megi eitthvert mat á meðalstöðu ymissa stærða í hagkerfinu; m.ö.o. að skilgreina megi eitthvert meðaltal fyrir hluteigandi stærðir, sem samsvari langtímalausninni úr líkaninu. En fjármagnsstuðullinn og hlutdeild fjárfestingar eru kunnar stærðir af þessu tagi, auk hlutdeildar fjármagns í framleiðslu,  $\alpha$ , og hagvaxtar á starfandi mann,  $v$ . Úr hagtölum má sem sé fá upplýsingar um  $\alpha$ ,  $\iota$ ,  $v$  og  $\nu$ . Síðan getum við notað jöfnur (18) og (19) til að finna þau gildi á  $\delta$  og  $\beta$ , sem samrýmast sögulegum gögnum. Við skulum líta á tvö dæmi þess efnis: annað bandarískt, hitt íslenskt. Hið fyrra er byggt á ársfjórðungstölum, hið seinna á árstölum. <sup>11</sup>

<sup>11</sup>Eins og kunnugt er, miðast íslenskir þjóðhagsreikningar eingöngu við árstölur. Þessi munur skiptir þó ekki sköpum um niðurstöður.



#### 0.4.2 Bandaríkin 1950:1 - 1994:4

Samkvæmt bandarískum hagtölum frá þessu tímabili gildir :

Tafla 1

$\alpha$	0.337
$\iota$	0.206
$\nu$	11.924
$v$	1.0045

Heildarfjármunir fela í sér fjármuni bundna í atvinnuvegum, íbúðarhúsnæði og varanlega neyzlufjármuni (e. consumer durables).<sup>12</sup> Fjármunir, sem tengjast starfsemi hins opinbera, s.s byggingar og sangöngumannvirki, eru ekki hafðir með, þar sem reiknuð leiga af þeim er ekki meðtalin í tölum um heildarframleiðslu. Að auki er sú leiga ekki auðreiknuð, því þjónusta opinberra fjármuna er yfirleitt ekki goldin verði á markaði. Athygli skal vakin á því, að sama gildir um íslenska tilvikið, sem fylgir hér á eftir (sjá 0.3.3).

Athugið að gildið á  $v$  samsvarar 1.8% árlegum meðalhagvexti á vinnandi mann á tímabilinu 1950-94. Ef þessar upplýsingar, ásamt þeirri forsendu að  $\gamma = 1$ , eru settar inn í jöfnur (18) og (19), verður útkoman þessi:<sup>13</sup>

$$\delta = 0.0128$$

$$\beta = 0.989$$

Umreiknað til árgilda samsvara þessar tölur u.þ.b. 5% afskrift fjármuna og núvirðisþætti 0.957. Við getum líka notað þessar upplýsingar til að reikna *verga* (e. gross) og *hreina* (e. net) meðalarðsemi fjármagns:

<sup>12</sup>Um nánari skilgreiningar á hugtökum vísast til viðauka.

<sup>13</sup>Ef notað er annað og hærra gildi á  $\gamma$ , t.d. 2, þá verður núvirðisþátturinn,  $\beta$ , nokkru hærri, eða 0.994. Sé  $\gamma$  hækkað enn meir, t.d. upp í 5, þá fer  $\beta$  upp fyrir einn, eða í 1.007. Ef við höldum í hina áttina, og setjum t.d.  $\gamma = 0$  - sem jafngildir *kræulegu* nytjafalli - þá fæst  $\beta = 1/(\alpha/\nu + (1-\delta)) = 0.985$ , m.ö.o.: hin 'huglæga' ávöxtunarkrafa verður jöfn jaðarframleiðni fjármagns.



$$AF_1 = \alpha/\nu = 0.0282$$

$$AF_1 - \delta = 0.0155$$

Samkvæmt þessu nam hrein meðalarðsemi fjármagns 1.55% á ársfjórðungi á tímabilinu 1950-94, eða 6.35% á ári.

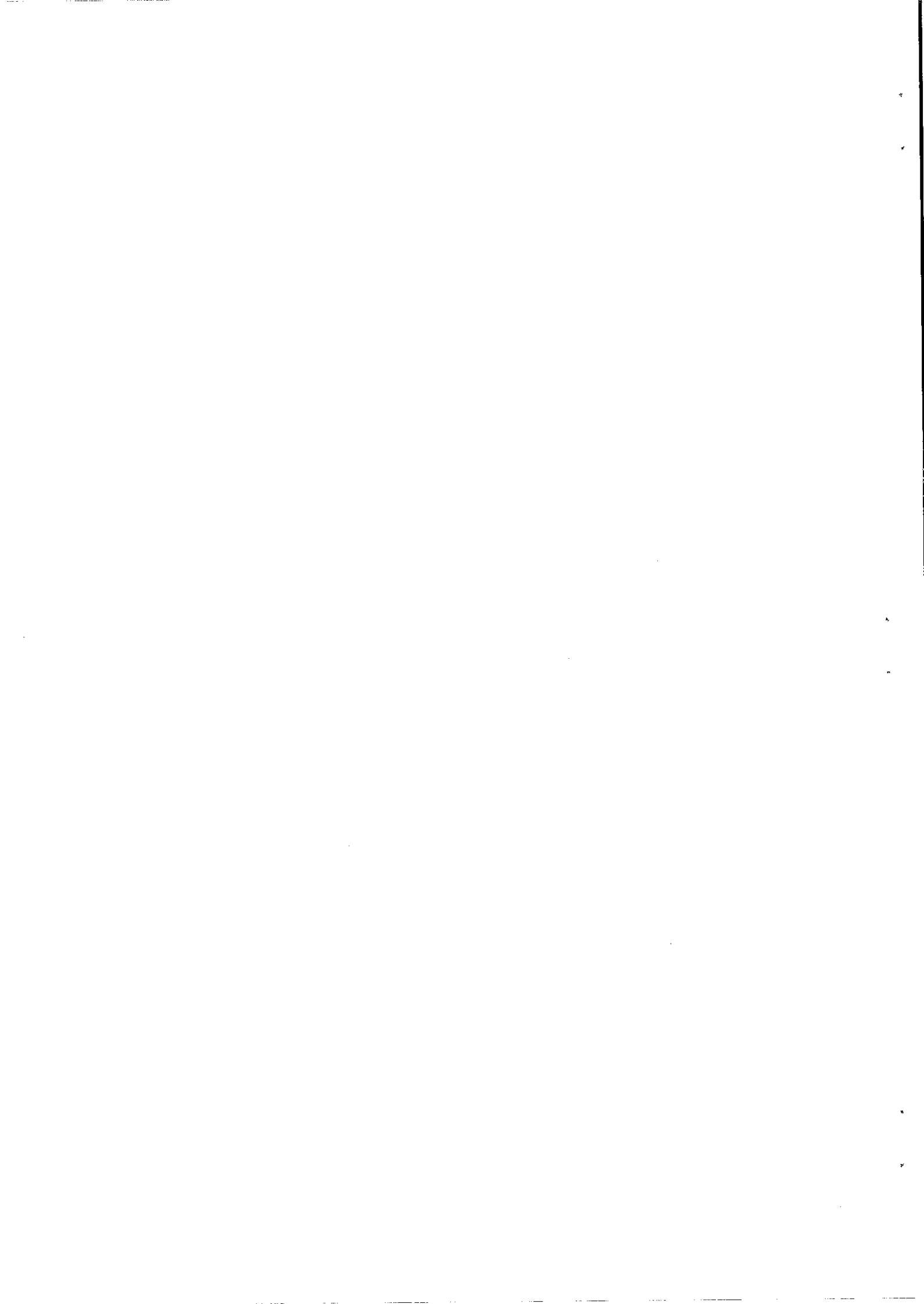
Fróðlegt væri að bera þessar tölur saman við ýmsar beinni arðsemismælingar, sem fyrir liggja í bandarískum hagtölum. Tafla 2 varpar ljósi á nokkrar slíkar. Þar kemur fram meðalávöxtun ásamt staðalfrávikum, á hlutabréfum annars vegar og 3ja mánaða ríkisvæxlum hins vegar. Tölur miðast við ársfjórðunga, en auk þess er meðalávöxtun umreiknuð til árgilda.

Tafla 2

	Meðaláv.	Staðalfrv.	Meðalársáv.
Hlutabréf	1.83	5.92	7.51
Skuldabréf	0.21	0.74	0.83

Hvor tveggju bréfin eiga sér samsvörun í líkaninu. Af töflu 2 er ljóst að ávöxtun hlutabréfa er miklu nær tölum um heildararðsemi fjármagns en það, sem skuldabréf gefa af sér að jafnaði. Er það ofureðlilegt, þar sem hin tvö fyrrnefndu hugtök fela í sér kröfur á hlut í afrakstri framleiðslunnar, sem oft er æði sveiflukenndur. Ýmislegt skilur þó á milli hugtakanna tveggja. Í fyrsta lagi nær heildarstofn fjármuna til atvinnuvega jafnt sem heimila (sbr. íbúðarhúsnæði og neyzlufjármuni); hlutafé nær eingöngu til atvinnuvega. Í öðru lagi fer því fjarri að öll atvinnufyrirtæki séu skráð á hlutabréfamarkaði. Þar vantar yfirleitt einyrkja (e. nonincorporated business) og annan smárekstur.

Í töflunni kemur einnig fram hinn mikli munur sem er á arðsemi hlutabréfa og skuldabréfa. Sú staðreynd að hlutabréfin gefa meira af sér er vissulega í samræmi við forsendur líkansins. En eins og áður er getið (sbr. n.m.gr. 9) á það í vandræðum með að skýra þann mikla mun, sem sjá má í töflunni.





### 0.4.3 Ísland 1973 - 95.

Íslenzku gögnin eru ekki að öllu leyti sambærileg við þau bandarísku. Í fyrsta lagi eru þau íslenzku árleg, ekki ársfjórðungsleg. Í öðru lagi vantar varanlega neytlufjármuni (þ.e. aðra en íbúðarhúsnæði) í íslenzkar tölur um þjóðarauð. Í þriðja lagi er íslenzka gagnatímabilið mun styttra en hið bandaríska. Ástæðan er sú, að framleiðsluuppgjör þjóðhagsreikninga (en það gefur upplýsingar um skiptingu tekna milli vinnu og fjármagns) nær ekki aftur nema til ársins 1973. Þessi atriði ber að hafa í huga við allan samanburð.

Samkvæmt íslenzkum hagtölum frá 1973 - 95 gildir:

Tafla 3

$\alpha$	0.337
$\iota$	0.194
$\nu$	3.213
$v$	1.0150

Samkvæmt töflunni hefur framleiðsla á ársverk aukizt árlega um 1.5% til jafnaðar á tímabilinu 1973-95, heldur minni vöxtur en mælist í bandarísku tölunum, en þó á svipuðu róli. Af töflunni má og ráða, að hlutdeild fjármagns í vergum þáttatekjum mælist að meðaltali hin sama og í Bandaríkjunum, en sú miðast reyndar við lengra tímabil. Þetta er þó vísbending um að skipting þáttatekna sé mjög svipuð í löndunum tveimur þegar til lengdar lætur.

Innsetning í jöfnur (18) og (19) líkt og áður gefur:

$$\delta = 0.0454$$

$$\beta = 0.958$$



Þessar tölur eru ekki ósvipaðar þeim bandarísku, færðum til ársgilda. Verga og hreina meðalarðsemi fjármagns má einnig finna á sama hátt og í bandaríska dæminu:

$$AF_1 = \alpha/\nu = 0.1049$$

$$AF_1 - \delta = 0.0595$$

Hrein meðalarðsemi er þannig 5.95% á ári, eða býsna nærri þeirri, sem mælist samkvæmt bandarísku tölunum. En eins áður segir verður að hafa ýmsan fyrirvara við þennan samanburð.

Ekki er uunt að koma við beinum mælingum á meðalarðsemi hluta- og skulda-bréfa hér á landi með sama hætti og í Bandaríkjunum. Það stafar einfaldlega af því að markaður fyrir slíkar eignir á sér afarstutta sögu á Íslandi. Mælingar spanna of stutt skeið til að teljast marktækar. Hins vegar mætti reyna að nálgast hugtak, sem mælir meðalarðsemi fjármuna í einkaeign, þ.e.a.s. þjóðarauðsins að frátöldum fjármunum í opinberri eigu.

Ef reiknuð er *hrein* meðalávöxtun fjármuna í einkaeigu á tímabilinu 1973-95, verður niðurstaðan þessi:

$$r_K \equiv H/K = 0.062,$$

eða 6.2% á ári. Eins og vænta mátti er þessi niðurstaða mjög nálægt þeirri, sem fékkst hér að framan. Stærðin  $H$  táknar rekstrarafgang að frádregnum afskriftum, og er skilgreind nánar í viðauka.

#### 0.4.4 *Hagvöxtur og arðsemi.*

Líkanið, sem stuðzt er við í þessari ritsmíð leiðir af sér ákveðin tengsl milli hagvaxtar og ávöxtunar fjármagns í lengd. Ef nívirðisþætti, sem og öðrum stuðlum líkansins er haldið föstum, þá má beita því til að leiða fram meðalarðsemi við mismunandi forsendur um hagvöxt. Þær fela í sér árlegan hagvöxt á bilinu 0.8 -



2.8% á starfandi manni. Ef tekið er stuðlamat það sem fékkst úr bandarísku hag-  
tölunum, og gert ráð fyrir tveim kostum um áhættufælni,  $\gamma = \{1, 2\}$ , þá verður  
útkoman þessi (tölur miðast við árgildi):

Tafla 4

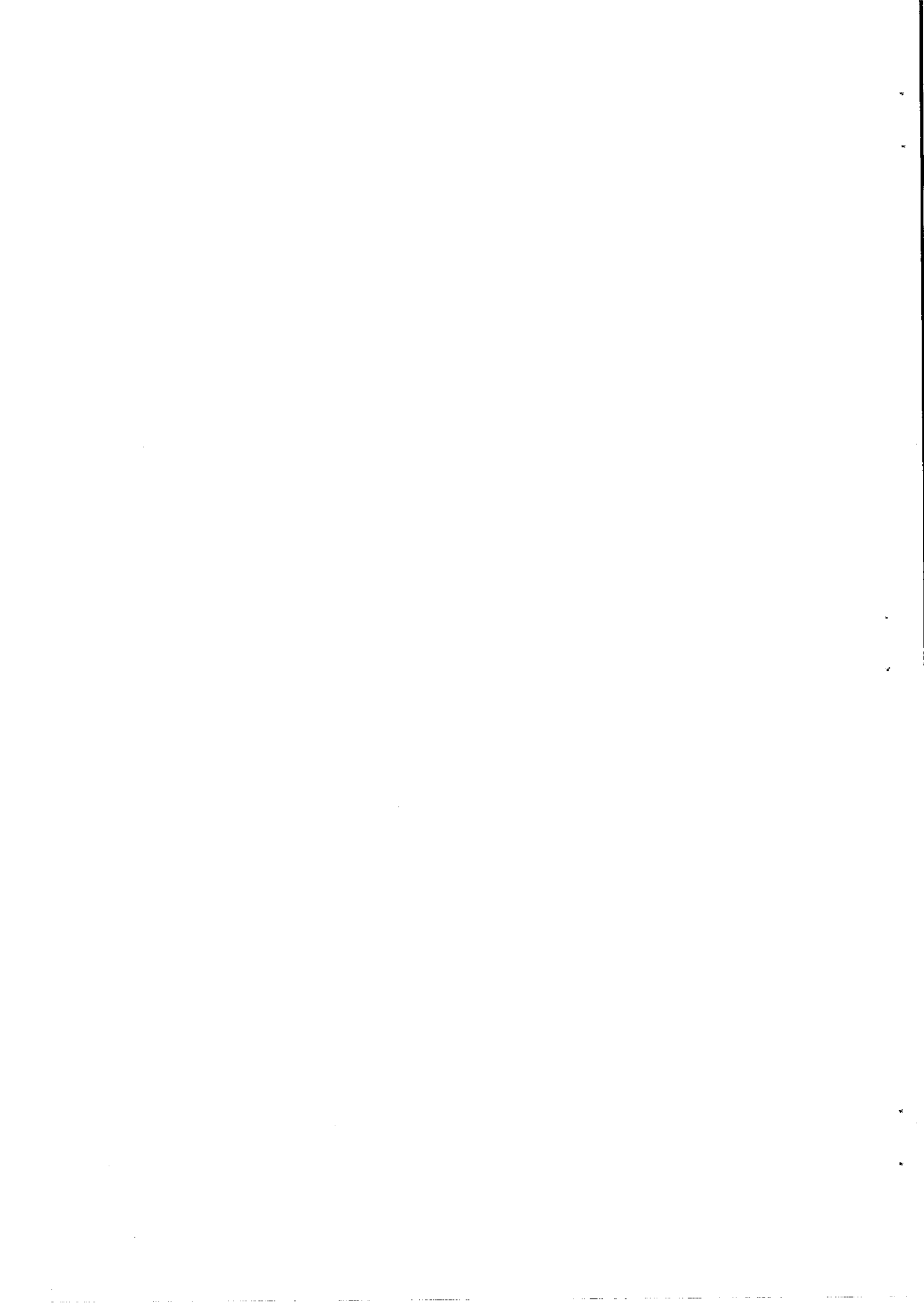
$\gamma = 1$ $\beta = 0.957$		$\gamma = 2$ $\beta = 0.976$	
Hagvöxtur	Arðsemi	Hagvöxtur	Arðsemi
%	%	%	%
0.8	5.4	0.8	4.1
1.8	6.3	1.8	6.3
2.8	7.5	2.8	8.3

Tafla 4 endurspeglar ýmsa kunna eiginleika nýklassískra hagvaxtarlíkana:

1. Hagvöxtur og arðsemi fjármagns haldast í hendur þegar til lengdar lætur. Þetta segir hins vegar ekkert um samband stærðanna til skamms tíma.

2. Því áhættufælnari sem þegar þjóðfélagsins eru, þeim mun meir þarf arðsemi að aukast til að tryggja tiltekna hagvaxtarbót. Þessu má einnig lýsa þannig: Aukin arðsemi framkallar minni hagvöxt eftir því sem áhættufælni er meiri í þjóðfélaginu. Af þessu er ljóst að samband arðsemi og hagvaxtar er mjög háð viðhorfi til áhættu.

Að öllu samanlögðu er því ljóst, að margt er að gæta þegar verðmæti framtíðar eru færð til núvirðis. Þar kemur margt við sögu, s.s: mat á stöðugleika ábata, viðhorf til áhættu, og hagvaxtarhorfur á tímabili því, sem vandinn tekur til hverju sinni.



## 0.5 Tilvísanir:

Altug, Sumru og Pamela Labadie (1994) *Dyanmic Choice and Asset Markets* (San Diego: Academic Press).

Becker, Gary S. og Casey B. Mulligan (1997) "The Endogenous Determination of Time Preference," *Quarterly Journal of Economics*, vol. CXII, Issue 3.

Heaton, John (1995) "An Empirical Investigation of Asset Pricing with Temporally Dependent Preference Specifications," *Econometrica*, Maí, vol. 63, nr. 3, s. 681-718.

Lettau, Martin og Harald Uhlig (1996) "Asset Prices and Business Cycles: Successes and Pitfalls of the General Equilibrium Approach," handrit.

Lucas, Robert E., Jr. (1988) "On the Mechanics of Growth and Development," *Journal of Monetary Economics*, júlí, vol. 22, no. 1, s. 3-42.

Romer, Paul M. (1990) "Endogenous Technological Change," *Journal of Political Economy*, vol. 98, nr.5, 2. hluti, s. S103-S125.

Solow, Robert M. (1956) "A Contribution to the Theory of Economic Growth," *Quarterly Journal of Economics*, vol. 70, s. 65-94.

Rouwenhorst, K. Geert (1995) "Asset Pricing Implications of Equilibrium Business Cycle Models," í Cooley (1995) ritstj. *Frontiers of Business Cycle Research* (Princeton: Princeton University Press), 10.k., s. 294-330.





## 0.6 Viðauki: Skilgreining hagtalna.

---

Hér fer á eftir stutt yfirlit um helztu stærðir þær, sem notaðar eru við arðsemis-útreikninga í 3. hluta.

### *Bandarískar hagtölur*

Til hægðarauka eru hugtök höfð á ensku, í samræmi við heimildir: <sup>14</sup>

*K*: Total business equipment & structures and residential + Stock of consumer durables.

*I*: Gross private domestic investment + Expenditures on consumer durables + Net exports.

*Y*: Gross national product + Flow of services from consumer durables.

Við útreikning á hlutdeild fjármagns í framleiðslutekjum,  $\alpha$ , var fylgt aðferð sem Cooley og Prescott hafa m.a. beitt og lýst er í Cooley (1995, s.18-19). Í stuttu máli er þar gert ráð fyrir að tekjur einyrkja skiptist milli fjármagns og vinnu í sömu hlutföllum og í atvinnurekstri sem rekinn er í félagiformi.

---

<sup>14</sup>Heimildir: FAME Economics Macroeconomic Database; Federal Reserve Board.



*K*: Fastir fjármunir bundnir í atvinnuvegum + Íbúðarhús.

$\iota = (\text{Verg fjármunamyndun á vegum einkaaðila})/(\text{Verg landsframleiðsla}).$

*Y*: Vergar þáttatekjur skv. framleiðsluuppgjöri + Mismunur uppgjörsaðferða.

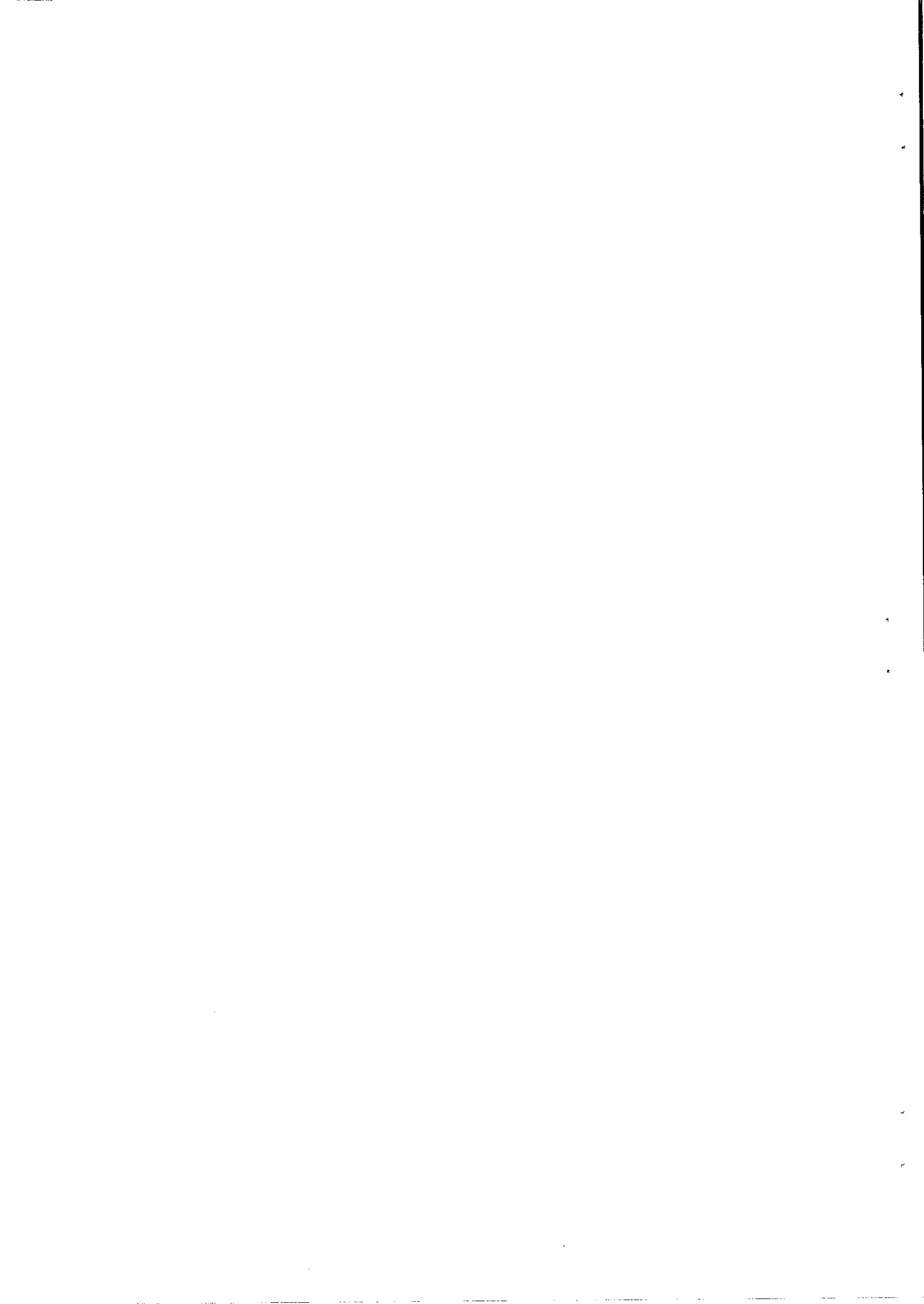
*H*: Vergar þáttatekjur skv. framleiðsluuppgjöri + Mismunur uppgjörsaðferða - (Laun og tengd gjöld + Áætluð eigin laun) - (Afskriftir skv. Þjóðarauðsmati - Afskriftir af opinberum fjármunum).

Við útreikning á hlut fjármagus í framleiðslu,  $\alpha$ , var áætluðum launatekjum einstaklinga með eigin rekstur bætt við stærðina 'laun og tengd gjöld' í framleiðsluuppgjöri þjóðhagsreikninga. Sama ástæða á hér við og um bandaríska tilvikið: laun og tengd gjöld, eins og þau eru skilgreind í þjóðhagsreikningum, fela ekki í sér umbun fyrir vinnuframlag einyrkja. Þótt ekki sé fylgt nákvæmlega sömu leiðréttingaraðferð í báðum tilvikum, ættu niðurstöður að vera sambærilegar í stórum dráttum. Ástæðan fyrir því að meðhöndla íslensku þjóðhagsreikningana á annan veg er sú, að hér á landi er aðilum í einstaklingsrekstri gert að reikna sér laun við skattskil.

Liðnum 'Mismun uppgjörsaðferða' er bætt við þáttatekjur skv. framleiðsluuppgjöri vegna þess, að Þjóðhagsstofnun setur jafnan ráðstöfunaruppgjörið fram sem megin uppgjörsaðferð í skýrslum sínum.

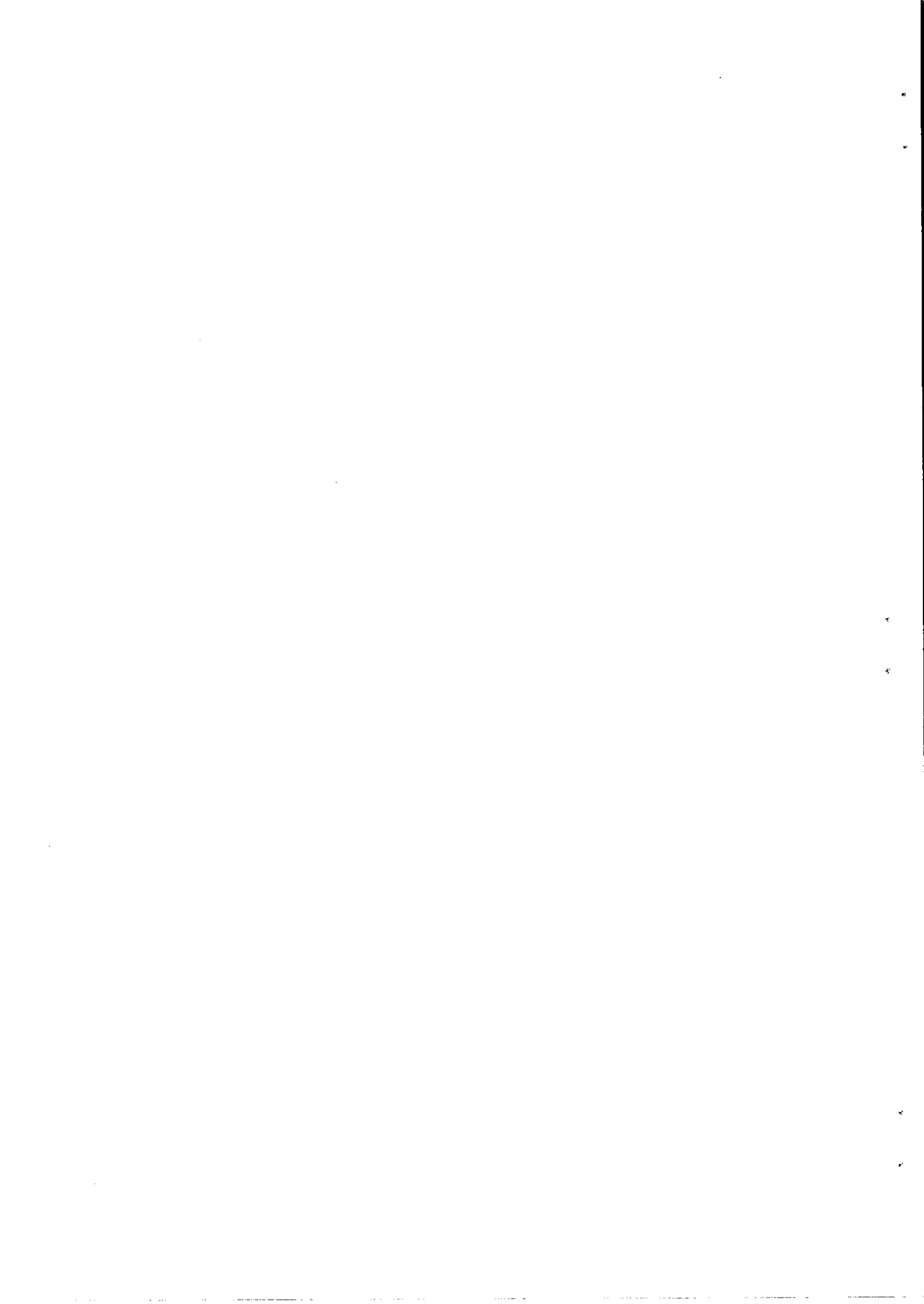
---

<sup>15</sup> Heimild: Þjóðhagsstofnun.



## Þjónustuskýrslur Hagfræðistofnunar Háskóla Íslands

- C90:01 Orkuverð á Íslandi
- C91:01 Gengisstefna í opnu smáriki
- C91:02 Efnahagssamvinna Evrópuþjóða og hagstjórn á Íslandi
- C91:03 Kostnaður og tekjur þjóðfélagsins vegna áfengisneyslu árin 1985-1989
- C91:04 Fjármagnsmarkaður og hagstjórn
- C91:05 Þjóðhagsleg hagkvæmni eflingar leikskóla og lengri skóladags í grunnskóla
- C91:06 Ákvæðisvinna og hlutaskipti í opinberum rekstri
- C91:07 Verðmyndun og þróun matvöruverðs á Íslandi
- C92:01 Áætlun um sparnað á árinu 1992
- C92:02 Framkvæmdir og verktakar
- C92:03 Starfsmenntun og atvinnulífið
- C92:04 Samanburður á heilbrigðisútgjöldum: Fyrri hluti
- C92:05 Neytendur, GATT og verðlag landbúnaðarafurða
- C92:06 Hagkvæmni sameiningar stofnana og fyrirtækja sveitarfélaga á höfuðborgarsvæðinu
- C92:07 Fiskveiðar: Verðmæti og afkoma
- C92:08 Þjóðhagsleg arðsemi menntunar
- C92:09 Þjóðhagslegur ávinningur Hvalfjarðarganga
- C92:10 Mat á þjóðhagslegum ábata almenningsvagna, framhaldskönnun
- C92:11 Tekju- og gjaldaskipting í skráningum og skoðunum ökutækja
- C92:12 Tjónabifreiðar
- C93:01 Rekstur innlánsstofnana á Íslandi
- C93:02 Tannlæknadeild og arðsemi tannlæknamenntunar
- C93:03 Stuðningur íslenskra stjórnvalda við landbúnað
- C93:04 Bókaútgáfa á Íslandi árin 1987-1992
- C93:05 Tekju- og gjaldaskipting í skráningum og skoðunum ökutækja (II)
- C93:06 Fiskvinnsla: Vinnslustöðvar, framleiðsla og útflutningur
- C93:07 Er hagkvæmt að taka upp þrípróf fyrir þungaðar konur?
- C93:08 Útgjöld íslenskra ferðamanna erlendis: Tímabilið október til desember árið 1992
- C93:09 Spálíkan fyrir nokkrar mikilvægar þjóðhagsstærðir, til skamms tíma
- C93:10 Verðnæmi eftirspurnar í innanlandsflugi: kostnaður, verðlagning og afkoma
- C94:01 Staða bilgreinarinnar í íslensku efnahagslífi
- C94:02 Sameining orkufyrirtækja í Borgarfirði
- C94:03 Keflavíkurflugvöllur: Tekjuöflunarleiðir og markaðssetning
- C94:04 Ísland og Evrópusambandið
- C95:01 Kostnaður vegna umferðarslysa 1993
- C95:02 Bókaútgáfa á Íslandi árið 1993
- C95:03 Investment Opportunities in the Baltic States
- C95:04 Sex matarkörfur
- C95:05 Forathugun vegna könnunar á flutningum eftir vegkerfinu
- C95:06 Kostnaður við Lánasjóð íslenskra námsmanna og eiginfjárstaða sjóðsins um áramót 1994-1995
- C95:07 Samanburður á niðurstöðum OECD skýrslu og skýrslu Hagfræðistofnunar H.Í.
- C95:08 Bókaútgáfa á Íslandi árið 1994
- C95:09 Framreikningur heilbrigðisútgjalda
- C96:01 Könnun á flutningum eftir vegakerfinu: Áfangaskýrsla nr. 1
- C96:02 Greining arðsemi vetrarþjónustu Vegagerðarinnar
- C96:03 Kostnaður vegna umferðarslysa á Íslandi
- C96:04 Nýjar aðferðir við áhættustjórnun í bankakerfinu: Tillögur um undirbúning og framkvæmd
- C97:01 Staðsetning Reykjavíkurflugvallar
- C97:02 Menntun, mannauður og framleiðni
- C97:03 Forathugun á skipulagi samgöngumála
- C97:04 Könnun á flutningum eftir vegakerfinu: Áfangaskýrsla nr. 2
- C97:05 Bókaútgáfa á Íslandi árið 1995
- C97:06 Veiðigjald og skattbyrði byggðarlaga
- C97:07 Kynslóðareikningar fyrir Ísland
- C97:08 Hlutdeild kvenna í heildartekjum íþróttahreyfingarinnar
- C97:09 Framleiðni innan atvinnugreina á Íslandi 1973-1994; Samanburður við Damörku og Bandaríkin



- C98:01 Könnun á flutningum eftir vegakerfinu: Áfangaskýrsla nr. 3
- C98:02 Atvinnuáhrif vegna Reykjavíkurflugvallar
- C98:03 Eftirspurn eftir innanlandsflugi

## Rannsóknarskýrslur Hagfræðistofnunar Háskóla Íslands

---

- R93:01 Utvärdering av Vestnordefonden
- R93:02 Framleiðni fyrirtækja
- R94:01 Small National Markets in Transition: The Case of Iceland
- R94:02 The Icelandic and the Faroese Economies: A Comparison of the Fishing Sectors
- R94:03 Energy Demand in Iceland
- R94:04 Input-Output Model for the Electricity Supply Industry in Iceland
- R95:01 Trade Between Iceland and the Soviet Union 1953-1996: Rise and Fall of Barter Exchange
- R96:01 Savings, Risk Diversification, and Economic Growth in Iceland
- R97:01 Infrequent Trading and the Stock Index: A Kalman Filter Approach to Estimation
- R98:01 Vinnumarkaðurinn og EMU
- R98:02 Um ávöxtun og núvirðingu
- R98:03 Þjóðhagslíkan Hagfræðistofnunar: Áfangaskýrsla nr. 1

## Bækur

---

- B92:01 Peningar og gengi: Greinasafn um hagstjórn og peningamál á Íslandi, Guðmundur Magnússon
- B95:01 Ísland og Evrópusambandið: Skýrslur fjögurra stofnana Háskóla Íslands
- B97:01 Frjálsræði í efnahagsmálum: Ársskýrsla 1997

